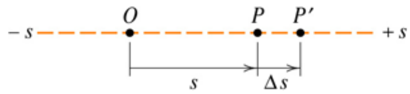
2/2 PARÇACIĞIN DOĞRUSAL HAREKETİ

Konum, yer değiştirme, hız ve ivme kinematikteki vektör büyüklüklerdir. Buna rağmen parçacığın doğrusal hareketi söz konusu doğru yörünge üzerinde uygun bir başlangıç noktası (O noktası) ve sağa ve sola doğru + ve – yönler alınıp skaler olarak incelenebilir. Başlangıç noktası ve tüm yönler tümüyle keyfidir.



Konum (position) "s": herhangi bir ***t*** anında parçacığın konumu O başlangıcından itibaren ölçülen **s** doğrusal mesafesiyle belirtilir.

Yer değiştirme (Displacement) Δs : Harekete devam eden parçacığın **t** anında konumu **s** iken bundan **Δt** süre sonra konumu **s+Δs** olur. Konum koordinatında **Δt** süresindeki **Δs** değişimine parçacığın yer değiştirmesi denir. Parçacığın + veya – yönde ilerlemesine göre yer değiştirme de + veya – olur.

Ortalama Hız (Average Velocity) v_{av}: Parçacığın **Δt** süresindeki ortalama hızı bu aralıkta gerçekleşen **Δs** yer değişiminin **Δt'** ye bölünmesiyle elde edilir.

$$v_{av} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1)$$

Ani-Anlık Hız (Instantaneous Velocity) v: Genellikle sadece hız denir. **Δt** süresi giderek azalıp sıfıra yaklaştığında ortalama hız da ani hıza eşit olur.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad v = \frac{ds}{dt} = \dot{s} \qquad (2)$$

Diğer bir deyişle hız, konum koordinatının zamana göre türevine eşittir. Yer değiştirmenin + veya – oluşuna göre hız da + veya – olur.

Ortalama İvme (Average Acceleration) a_{av}: : **t** anında hız **v** iken bundan **Δt** süre sonra konumu **v+Δv** olsun. Bu durumda **Δt** süresinde ortalama ivme,

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (3)$$

Ani-Anlık İvme (Instantaneous Acceleration) a:

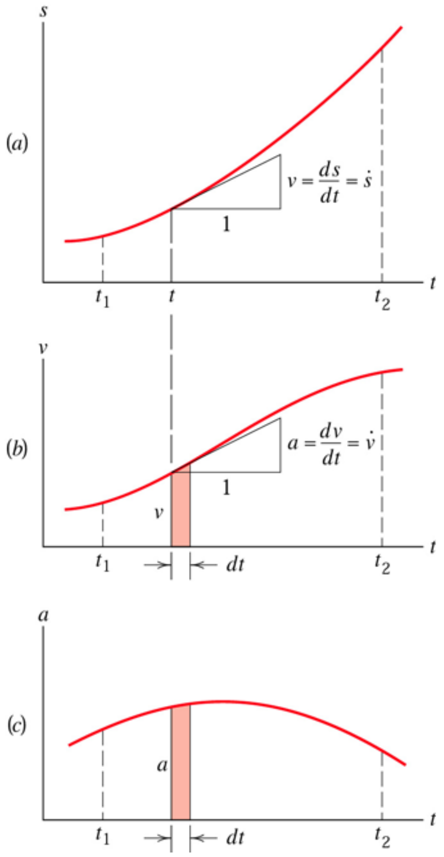
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \qquad (4) \qquad a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s} \qquad (5)$$

İvme hızın birinci türevine, konumun ikinci türevine eşittir. (4) nolu bağıntıdan anlaşılacağı gibi ivmenin (+) oluşu parçacığın ya +s yönünde hızlanarak ya da –s yönünde yavaşlayarak gittiğini; – oluşu ise ya + yönde yavaşlayarak ya da –s yönünde hızlanarak gittiğini gösterir. (2) ve 5 arasında dt' yi yok ederek;

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \qquad dt = \frac{ds}{v} \qquad a = \frac{dv}{dt} \qquad \rightarrow \qquad dt = \frac{dv}{a} \qquad \frac{ds}{v} = \frac{dv}{a} \qquad vdv = ads \qquad (6)$$

Doğrusal Hareketin Grafik Gösterimi

Doğrusal hareketi yöneten diferansiyel denklemlerin anlaşılması s, v, a, t arasındaki bağıntıların grafik olarak gösterilmesi ile kolaylaşır.



a) s=f(t)'de her noktadaki teğetin eğimi bize o noktadaki hızın değerini verir. Böylece t_1–t_2 aralığında her noktadaki hız değeri bulunarak v=f(t) değeri çizilebilir.

b) $\tan\theta = \dfrac{dv}{dt} = a$

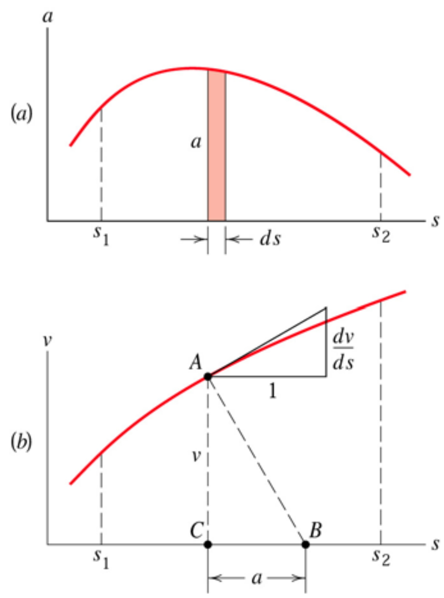
v=f(t)eğrisi her noktadaki teğetin eğimi o noktadaki ivmenin değerini verir.

$$\int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{v_1}^{v_2} vdt \quad \Rightarrow \quad s_2 - s_1 = \int_{t_1}^{t_2} vdt$$

c) a=f(t)eğrisi her noktadaki teğetin eğimi o noktadaki 2. ivmeyi (jerk, pulse) değerini verir. Ayrıca,

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad \int_{t_1}^{t_2} adt = \int_{v_1}^{v_2} dv \quad \Rightarrow \quad v_2 - v_1 = \int_{t_1}^{t_2} adt = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

a=f(t) eğrisi altında t_1–t_2 aralığındaki kapalı alan, son hız ile ilk hızın farkını verir.



a) s_1–s_2 arasındaki kapalı alanın değeri :

$$\int_{s_1}^{s_2} ads = \int_{v_1}^{v_2} vdv = \frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

b) v=f(s) eğrisinin herhangi bir noktasındaki teğet altı uzunluğu o noktadaki ivme değerini verir.

Şekildeki iki üçgenin benzerliğinden;

$$\frac{dv/ds}{1} = \frac{\overline{BC}}{v} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = v\frac{dv}{ds} = a$$

İvmenin Doğrusal Harekette Diğer Kinematik Büyüklüklerin Fonksiyonu Olarak Verilmesi

Üzerine etkiyen kuvvetlerin doğası gereği doğrusal hareket yapan parçacığın ivmesi sabit olabileceği gibi zamanın, hızın veya konumun bir fonksiyonu şeklinde de ortaya çıkabilir. Böyle durumlarda aranan kinematik büyüklüğü verilenlerden ve temel bağıntılardan ($v = \frac{ds}{dt}, a = \frac{dv}{dt}, vdv = ads$) integrasyonu ve türev alma yoluyla hesaplarız. Bu süreçte başlangıç ve sınır koşullarına özen göstermek gerekir.

1) İvmenin sabit olması durumu (a=sabit)

$$a = \frac{dv}{dt} = sabit \quad (1) \qquad \int_{v_o}^{v_1} dv = \int_0^t adt \quad \rightarrow \quad v - v_o = at \qquad v = v_o + at \quad (2)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad \int_{s_o}^{s_1} ds = \int_0^t vdt = \int_0^t (v_o + at)dt \quad \rightarrow \quad s - s_o = v_o t + \frac{1}{2}at^2 \qquad s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 \quad (3)$$

$$(2) \quad t = \frac{v - v_o}{a} \qquad (3) \quad s - s_0 = \frac{v^2 - v_o^2}{2a} \qquad v^2 = v_o^2 + 2a(s - s_0)$$

2) Düzgün değişen doğrusal hareket

a) İvmenin zamanın fonksiyonu olması durumu

$$a = f(t) \qquad \frac{dv}{dt} = a \qquad dv = adt \qquad \int_{v_o}^{v} dv = \int_0^t f(t)dt = F(t)$$

$$v - v_o = F(t) \quad v = v_o + F(t)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \qquad \int_{s_o}^{s} ds = \int_0^t vdt = \int_0^t [v_o + F(t)]dt \quad s - s_o = v_o t + \underbrace{\int_0^t F(t)dt}_{H(t)} \qquad s = s_o + v_o t + H(t)$$

b) İvmenin hızın fonksiyonu olması durumu

$$a = f(v) \qquad \frac{dv}{dt} = a \qquad dt = \frac{dv}{a} \qquad \int_0^t dt = \int \frac{dv}{f(v)} \quad \rightarrow \quad t = \int \frac{dv}{f(v)} = F(v)$$

$$vdv = ads \qquad vdv = f(v)ds \qquad \int_{s_o}^{s} ds = \underbrace{\int_{v_o}^{v} \frac{vdv}{f(v)}}_{H(v)} \quad \rightarrow \quad s - s_o = H(v)$$

c) İvmenin konumun fonksiyonu olması durumu

$$a = f(s) \qquad vdv = ads \quad \rightarrow \quad \int_{v_o}^{v} vdv = \underbrace{\int_{s_o}^{s} f(s)ds}_{F(s)}$$

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_o^2) = F(s) \qquad v = \sqrt{v_o^2 + 2F(s)}$$